



C++ 五级

2024 年 12 月

1 单选题（每题 2 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案															

第 1 题 下面关于链表和数组的描述，错误的是（）。

- A. 当数据数量不确定时，为了应对各种可能的情况，需要申请一个较大的数组，可能浪费空间；此时用链表比较合适，大小可动态调整。
- B. 在链表中访问节点的效率较低，时间复杂度为 $O(n)$ 。
- C. 链表插入和删除元素效率较低，时间复杂度为 $O(n)$ 。
- D. 链表的节点在内存中是分散存储的，通过指针连在一起。

第 2 题 在循环单链表中，节点的 `next` 指针指向下一个节点，最后一个节点的 `next` 指针指向（）。

- A. 当前节点
- B. `nullptr`
- C. 第一个节点
- D. 上一个节点

第 3 题 为了方便链表的增删操作，一些算法生成一个虚拟头节点，方便统一删除头节点和其他节点。下面代码实现了删除链表中值为 `val` 的节点，横线上应填的最佳代码是（）。

```
1 struct ListNode {
2     int val;
3     ListNode* next;
4     ListNode(int val):val(val), next(nullptr){}
5 };
6
7 void removeElements(ListNode* head, int val) {
8     if (head == nullptr) {
9         return;
10    }
11    ListNode* cur;
12    ListNode* dummyHead = new ListNode(0); //虚拟头节点
13    _____ // 在此处填入代码
14
15    while(cur ->next != nullptr) {
16        if(cur->next->val == val) {
17            ListNode* tmp = cur->next;
```

```

18         cur->next = cur->next->next;
19         delete tmp;
20         tmp = nullptr;
21     }
22     else {
23         cur = cur->next;
24     }
25 }
26 head = dummyHead->next;
27 delete dummyHead;
28 dummyHead = nullptr;
29 }

```

- A. dummyHead->next = head; cur = dummyHead;
- B. dummyHead->next = head->next; cur = dummyHead;
- C. dummyHead->next = head; cur = dummyHead->next;
- D. dummyHead->next = head->next; cur = dummyHead->next;

第4题 对下面两个函数，说法错误的是（ ）。

```

1  int fibA(int n) {
2      if (n <= 1) return n;
3
4      int f1 = 0, f2 = 1;
5      for (int i = 2; i <= n; ++i) {
6          int temp = f2;
7          f2 = f1 + f2;
8          f1 = temp;
9      }
10     return f2;
11 }
12
13 int fibB(int n) {
14     if (n <= 1) return n;
15     return fibB(n - 1) + fibB(n - 2);
16 }
17

```

- A. 两个函数的实现的功能相同。
- B. fibA采用递推方式。
- C. fibB采用的是递归方式。
- D. fibA时间复杂度为 $O(n)$ ，fibB的时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

第5题 两块长方形土地的长宽分别为24和36米，要将它们分成正方形的小块，使得正方形的尺寸尽可能大。小杨采用如下的辗转相除函数 `gcd(24, 36)` 来求正方形分块的边长，则函数 `gcd` 调用顺序为（ ）。

```

1 int gcd(int a, int b) {
2     int big = a > b ? a : b;
3     int small = a < b ? a : b;
4     if (big % small == 0) {
5         return small;
6     }
7     return gcd(small, big % small);
8 }

```

- A. gcd(24, 36)、gcd(24, 12)、gcd(12, 0)
- B. gcd(24, 36)、gcd(12, 24)、gcd(0, 12)
- C. gcd(24, 36)、gcd(24, 12)
- D. gcd(24, 36)、gcd(12, 24)

第6题 唯一分解定理表明，每个大于1的自然数可以唯一地写成若干个质数的乘积。下面函数将自然数 n 的所有质因数找出来，横线上能填写的最佳代码是（ ）。

```

1 #include <vector>
2 vector<int> get_prime_factors(int n) {
3     vector<int> factors;
4     if (n <= 1) {
5         cout << "输入的数必须是大于1的正整数" << endl;
6         return;
7     }
8     while (n % 2 == 0) {
9         factors.push_back(2);
10        n /= 2;
11    }
12
13    _____ { // 在此处填入代码
14        while (n % i == 0) {
15            factors.push_back(i);
16            n /= i;
17        }
18    }
19
20    if (n > 2) {
21        factors.push_back(n);
22    }
23
24    return factors;
25 }

```

- A. for (int i = 3; i <= n; i ++)
- B. for (int i = 3; i * i <= n; i ++)
- C. for (int i = 3; i <= n; i += 2)
- D. for (int i = 3; i * i <= n; i += 2)

第7题 下述代码实现素数表的埃拉托色尼(埃氏)筛法，筛选出所有小于等于 n 的素数。

```

1  vector<int> sieve_Eratosthenes(int n) {
2      vector<bool> is_prime(n +1, true);
3      vector<int> primes;
4
5      for (int i = 2; i * i <= n; i++) {
6          if (is_prime[i]) {
7              primes.push_back(i);
8
9              for (int j = i * i; j <= n; j += i) {
10                 is_prime[j] = false;
11             }
12         }
13     }
14
15     for (int i = sqrt(n) + 1; i <= n; i++) {
16         if (is_prime[i]) {
17             primes.push_back(i);
18         }
19     }
20
21     return primes;
22 }

```

下面说法，正确的是（ ）。

- A. 代码的时间复杂度是 $O(n\sqrt{n})$ 。
- B. 在标记非素数时，代码从 i^2 开始，可以减少重复标记。
- C. 代码会输出所有小于等于 n 的奇数。
- D. 调用函数 `sieve_Eratosthenes(10)`，函数返回值的数组中包含的元素有：2, 3, 5, 7, 9。

第8题 下述代码实现素数表的线性筛法，筛选出所有小于等于 n 的素数。下面说法正确的是()。

```

1  vector<int> sieve_linear(int n) {
2      vector<bool> is_prime(n +1, true);
3      vector<int> primes;
4
5      for (int i = 2; i <= n/2; i++) {
6          if (is_prime[i])
7              primes.push_back(i);
8
9          for (int j = 0; j < primes.size() && i * primes[j] <= n; j++) {
10             is_prime[ i * primes[j] ] = 0;
11             if (i % primes[j] == 0)
12                 break;
13         }
14     }
15
16     for (int i = n/2 +1; i <= n; i++) {
17         if (is_prime[i])
18             primes.push_back(i);
19     }
20
21     return primes;

```

- A. 线性筛的时间复杂度是 $O(n)$ 。
- B. 每个合数会被其所有的质因子标记一次。
- C. 线性筛和埃拉托色尼筛的实现思路完全相同。
- D. 以上都不对

第9题 考虑以下C++代码实现的快速排序算法：

```

1  int partition(vector<int>& arr, int left, int right) {
2      int pivot = arr[right]; // 基准值
3      int i = left - 1;
4
5      for (int j = left; j < right; j++) {
6          if (arr[j] < pivot) {
7              i++;
8              swap(arr[i], arr[j]);
9          }
10     }
11     swap(arr[i + 1], arr[right]);
12     return i + 1;
13 }
14
15 // 快速排序
16 void quickSort(vector<int>& arr, int left, int right) {
17     if (left < right) {
18         int pi = partition(arr, left, right);
19         quickSort(arr, left, pi - 1);
20         quickSort(arr, pi + 1, right);
21     }
22 }

```

以下关于快速排序的说法，正确的是（ ）。

- A. 快速排序通过递归对子问题进行求解。
- B. 快速排序的最坏时间复杂度是 $O(n \log n)$ 。
- C. 快速排序是一个稳定的排序算法。
- D. 在最优情况下，快速排序的时间复杂度是 $O(n)$ 。

第10题 下面关于归并排序，描述正确的是（ ）。

- A. 归并排序是一个不稳定的排序算法。
- B. 归并排序的时间复杂度在最优、最差和平均情况下都是 $O(n \log n)$ 。
- C. 归并排序需要额外的 $O(1)$ 空间。
- D. 对于输入数组 {12, 11, 13, 5, 6, 7}，代码输出结果为：7 6 5 13 12 11。

第11题 给定一个长度为 n 的有序数组 `nums`，其中所有元素都是唯一的。下面的函数返回数组中元素 `target` 的索引。

```

1 int binarySearch(vector<int> &nums, int target, int left, int right) {
2     if (left > right) {
3         return -1;
4     }
5
6     int middle = left + ((right - left) / 2);
7     if (nums[middle] == target) {
8         return middle;
9     }
10    else if (nums[middle] < target) {
11        return binarySearch(nums, target, middle + 1, right);
12    }
13    else
14        return binarySearch(nums, target, left, middle - 1);
15    }
16 }
17
18 int Find(vector<int> &nums, int target) {
19     int n = nums.size();
20     return binarySearch(nums, target, 0, n - 1);
21 }

```

关于上述函数，描述不正确的是（ ）。

- A. 函数采用二分查找，每次计算搜索当前搜索区间的中点，然后根据中点的元素值排除一半搜索区间。
- B. 函数采用递归求解，每次问题的规模减小一半。
- C. 递归的终止条件是中间元素的值等于 target，若数组中不包含该元素，递归不会终止。
- D. 算法的复杂度为 $O(\log n)$ 。

第 12 题 给定一个长度为 n 的有序数组 `nums`，其中可能包含重复元素。下面的函数返回数组中某个元素 `target` 的左边界，若数组中不包含该元素，则返回 `-1`。例如在数组 `nums = [5,7,7,8,8,10]` 中查找 `target=8`，函数返回 8 在数组中的左边界的索引为 3。则横线上应填写的代码为（ ）。

```

1 int getLeftBoundary(vector<int>& nums, int target) {
2     int left = 0;
3     int right = nums.size() - 1;
4
5     while (left < right) {
6         int middle = left + ((right - left) / 2);
7         if (target <= nums[middle])
8             _____ // 在此处填入代码
9         else
10            left = middle+1;
11    }
12
13    return nums[left]==target?left:-1;
14 }

```

- A. `right = middle - 1;`
- B. `right = middle;`
- C. `right = middle + 1;`

D. 以上都不对

第 13 题 假设有多个孩子，数组 `g` 保存所有孩子的胃口值。有多块饼干，数组 `s` 保存所有饼干的尺寸。小杨给孩子们发饼干，每个孩子最多只能给一块饼干。饼干的尺寸大于等于孩子的胃口时，孩子才能得到满足。小杨的目标是尽可能满足越多数量的孩子，因此打算采用贪心算法来找出能满足的孩子的数目，则横线上应填写的代码为（ ）。

```
1 int cooki4children(vector<int>& g, vector<int>& s) {
2     sort(g.begin(), g.end());
3     sort(s.begin(), s.end());
4
5     int index = s.size() - 1; // 饼干数组下标
6     int result = 0;
7     for (int i = g.size() - 1; i >= 0; i--) {
8         if (index >= 0 && s[index] >= g[i]) {
9             _____ // 在此处填入代码
10        }
11    }
12    return result;
13 }
```

A. `result++;` `index--;`

B. `result--;` `index--;`

C. `result--;` `index++;`

D. `result++;` `index++;`

第 14 题 关于分治算法，以下说法中不正确的是（ ）。

A. 分治算法将问题分成子问题，然后分别解决子问题，最后合并结果。

B. 归并排序采用了分治思想。

C. 快速排序采用了分治思想。

D. 冒泡排序采用了分治思想。

第 15 题 小杨编写了一个如下的高精度减法函数：

```
1 vector<int> highPrecisionSubtract(vector<int> a, vector<int> b) {
2     vector<int> result;
3     int borrow = 0;
4
5     for (int i = 0; i < a.size(); ++i) {
6         int digitA = a[i];
7         int digitB = i < b.size() ? b[i] : 0;
8
9         int diff = digitA - digitB - borrow;
10        if (diff < 0) {
11            diff += 10;
12            borrow = 1;
13        }
14        else {
15            borrow = 0;
16        }
17    }
```

```

18     result.push_back(diff);
19     }
20
21     while (result.size() > 1 && result.back() == 0) {
22         result.pop_back();
23     }
24
25     return result;
26 }

```

下面说法，正确的是（ ）。

- A. 如果数组 a 表示的整数小于 b 表示的整数，代码会正确返回二者的差为负数。
- B. 代码假设输入数字是以倒序存储的，例如 500 存储为 $\{0, 0, 5\}$ 。
- C. 代码的时间复杂度为 $O(a.size() + b.size())$
- D. 当减法结果为 0 时，结果数组仍然会存储很多个元素 0。

2 判断题（每题 2 分，共 20 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

第 1 题 单链表只支持在表头进行插入和删除操作。

第 2 题 线性筛相对于埃拉托斯特尼筛法，每个合数只会被它的最小质因数筛去一次，因此效率更高。

第 3 题 任何一个大于 1 的自然数都可以分解成若干个不同的质数的乘积，且分解方式是唯一的。

第 4 题 贪心算法通过每一步选择当前最优解，从而一定能获得全局最优解。

第 5 题 递归算法必须有一个明确的结束条件，否则会导致无限递归并可能引发栈溢出。

第 6 题 快速排序和归并排序的平均时间复杂度均为 $O(n \log n)$ ，且都是稳定排序。

第 7 题 快速排序的时间复杂度总比插入排序的时间复杂度低。

第 8 题 二分查找仅适用于数组而不适合链表，因为二分查找需要跳跃式访问元素，链表中执行跳跃式访问的效率低。

第 9 题 对有序数组 $\{5, 13, 19, 21, 37, 56, 64, 75, 88, 92, 100\}$ 进行二分查找，成功查找元素 19 的比较次数是 2。

第 10 题 递归函数每次调用自身时，系统都会为新开启的函数分配内存，以存储局部变量、调用地址和其他信息等，导致递归通常比迭代更加耗费内存空间。

3 编程题（每题 25 分，共 50 分）

3.1 编程题 1

- 试题名称：奇妙数字
- 时间限制：1.0 s
- 内存限制：512.0 MB

3.1.1 题面描述

小杨认为一个数字 x 是奇妙数字当且仅当 $x = p^a$ ，其中 p 为任意质数且 a 为正整数。例如， $8 = 2^3$ ，所以 8 是奇妙数字，而 6 不是。

对于一个正整数 n ，小杨想要构建一个包含 m 个奇妙数字的集合 $\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ，使其满足以下条件：

- 集合中不包含相同的数字。
- $x_1 * x_2 * \dots * x_m$ 是 n 的因子（即 x_1, x_2, \dots, x_m 这 m 个数字的乘积是 n 的因子）。

小杨希望集合包含的奇妙数字尽可能多，请你帮他计算出满足条件的集合最多包含多少个奇妙数字。

3.1.2 输入格式

第一行包含一个正整数 n ，含义如题面所示。

3.1.3 输出格式

输出一个正整数，代表满足条件的集合最多包含的奇妙数字个数。

3.1.4 样例

```
1 | 128
```

```
1 | 3
```

3.1.5 样例解释

关于本样例，符合题意的一个包含 3 个奇妙数字的集合是 $2, 4, 8$ 。首先，因为 $2 = 2^1$ ， $4 = 2^2$ ， $8 = 2^3$ ，所以 2, 4, 8 均为奇妙数字。同时， $2 * 4 * 8 = 64$ 是 128 的因子。

由于无法找到符合题意且同时包含 4 个奇妙数字的集合，因此本样例的答案为 3。

子任务编号	数据点占比	n
1	20%	≤ 10
2	20%	≤ 1000
3	60%	$\leq 10^{12}$

对于全部数据，保证有 $2 \leq n \leq 10^{12}$ 。

3.2 编程题 2

- 试题名称：武器强化
- 时间限制：1.0 s
- 内存限制：512.0 MB

3.2.1 题面描述

小杨有 n 种武器和 m 种强化材料。第 i 种强化材料会适配第 p_i 种武器，小杨可以花费 c_i 金币将该材料对应的适配武器修改为任意武器。

小杨最喜欢第 1 种武器，因此他希望适配该武器的强化材料种类数**严格大于**其他的武器，请你帮小杨计算为了满足该条件最少需要花费多少金币。

3.2.2 输入格式

第一行包含两个正整数 n, m ，含义如题面所示。

之后 m 行，每行包含两个正整数 p_i, c_i ，代表第 i 种强化材料的适配武器和修改花费。

3.2.3 输出格式

输出一个整数，代表能够使适配第 1 种武器的强化材料种类数**严格大于**其他的武器最少需要花费的金币。

3.2.4 样例

```
1 | 4 4
2 | 1 1
3 | 2 1
4 | 3 1
5 | 3 2
```

```
1 | 1
```

3.2.5 样例解释

花费 1，将第三种强化材料的适配武器由 3 改为 1。此时，武器 1 有 2 种强化材料适配，武器 2 和武器 3 都各有 1 种强化材料适配。满足适配第 1 种武器的强化材料种类数**严格大于**其他的武器。

子任务编号	数据点占比	n	m
1	20%	$2 \leq 1000$	
2	20%	≤ 1000	2
3	60%	≤ 1000	≤ 1000

对于全部数据，保证有 $1 \leq n, m \leq 1000, 1 \leq p_i \leq n, 1 \leq c_i \leq 10^9$ 。

3.1.6 参考程序

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 #define ll long long
4 const int N = 1e5+10;
5 ll calc(ll x){
6     int ans = 0;
7     ll tmp=1;
8     while(x>=tmp){
9         ans++;
10        x-=tmp;
11        tmp++;
12    }
13    return ans;
14 }
```

```
15 int main(){
16     ll n;
17     cin>>n;
18     ll ans = 0;
19     for(ll i=2;i*i<=n;i++){
20         if(n%i==0){
21             int cnt = 0;
22             while(n%i==0){
23                 cnt++;
24                 n/=i;
25             }
26             ans+=calc(cnt);
27         }
28     }
29     if(n!=1){
30         ans+=calc(1);
31     }
32     cout<<ans<<"\n";
33 }
```

3.2.6 参考程序

```
1 #include<bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 #define ll long long
4 int n, m;
5 int cnt[1010];
6 vector<int> cs[1010];
7
8 ll calc(int aim) {
9     int cur_cnt = cnt[1];
10    ll res = 0;
11    vector<int> tmp;
12    for (int i = 2; i<=n; i++) {
13        int buy = max((int)cs[i].size() - aim + 1, 0);
14        for (int j = 0; j < buy; ++j) {
15            res += (ll)cs[i][j];
16        }
17        cur_cnt += buy;
18        for (int j = buy; j < cs[i].size(); ++j) {
19            tmp.push_back(cs[i][j]);
20        }
21    }
22    sort(tmp.begin(), tmp.end());
23    for (int i = 0; i < aim - cur_cnt; i++) {
24        res += (ll)tmp[i];
25    }
26    return res;
27 }
28
29 signed main() {
30     // freopen("06.in", "r", stdin);
31     cin >> n >> m;
32     for (int i = 1; i <=m; i++) {
33         int p, c;
34         cin >> p >> c;
35         cnt[p]++;
36         cs[p].push_back(c);
37     }
38     for (int i = 1; i <=n; i++) {
39         sort(cs[i].begin(), cs[i].end());
40     }
41     ll ans = 1e18;
42
43     for (int i = max(cnt[1], 1); i <= m; ++i) {
44         ans = min(ans, calc(i));
45     }
46     cout << ans << "\n";
47 }
```